

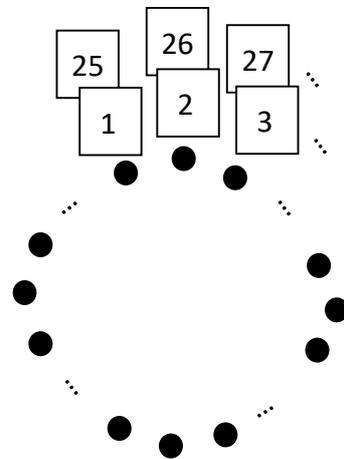
# 新竹市110學年度國中數學能力競賽 數學達人賽 【試題卷】

- 備註：1. 第一部分為填充題，每題7分，只須填答案，請將答案填入答案卷正確格子內。  
 2. 根據各題題目中所規定的形式寫出正確答案，並將答案化成最簡分數及最簡根式。  
 3. 第二部分為計算證明題，每題15分，須在答案卷上寫出作答歷程與註明答案。  
 4. 「第一部分」和「第二部分」作答時間合計60 分鐘。

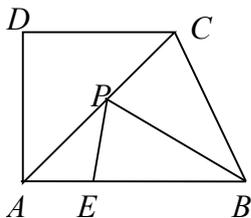
## 【第一部分】

1. 老師找了  $n$  個同學(座號分別為  $1、2、3、\dots、n$ )，依照座號順時針繞成一圈，從 1 號同學開始順時針發號碼牌，一圈發完就接著再發一圈，直到將  $1\sim 400$  的號碼牌依順序繞著圈全部發完，若全部發完之後，手中所有牌的號碼總和是 100 的倍數則可以領取精美禮品一份，已知座號 1 號同學，第一張牌拿到 1，第二張牌拿到了 25，請問：哪兩個座號的同學可以拿到精美禮品？

(全對才給分)

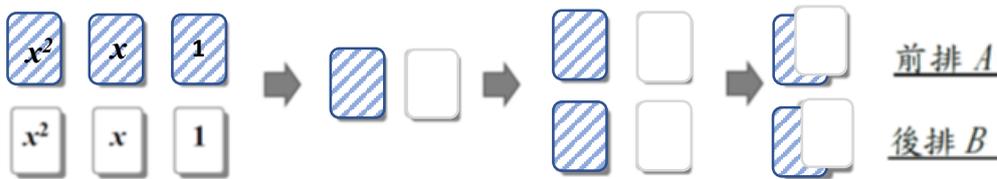


2. 有  $a、b、c$  三個相異的正整數，已知  $a^2、b^2、c^2$  成等差數列且  $c-a=12$ ，則此等差數列之公差為\_\_\_\_\_。
3. 如圖，梯形  $ABCD$  中， $\overline{CD}\parallel\overline{AB}$ ， $\angle BAD=90^\circ$ ， $\overline{AB}=8$ ，對角線  $\overline{AC}$  平分  $\angle BAD$ ， $E$  點在  $\overline{AB}$  上，且  $\overline{AE}=2$  ( $\overline{AE}<\overline{AD}$ )， $P$  點在  $\overline{AC}$  上任意移動，則  $\overline{PE} + \overline{PB}$  之最小值為\_\_\_\_\_。



4.  $x^2 + 26x + 1 = 0$  之兩根為  $a$  和  $b$ ， $x^2 + 74x + 1 = 0$  之兩根為  $c$  和  $d$ ，則  $(a + c)(b + c)(a - d)(b - d) =$  \_\_\_\_\_。

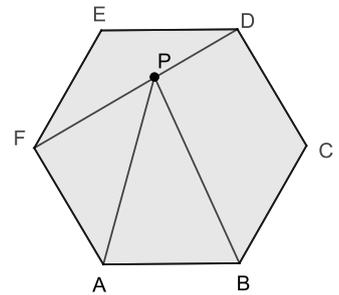
5. 奇勳與尚佑玩預言遊戲，奇勳當預言家，遊戲道具有灰、白兩種卡片各18張，每種色卡分別上寫有 $x^2$ 或 $x$ 或1各6張，遊戲方法如下：  
 (甲)奇勳請尚佑將灰色卡與白色卡先各別洗牌後分堆放，再各別隨意分成前排、後排兩堆。  
 (乙)奇勳再請尚佑將前排的灰、白兩堆色卡組合，得一組多項式 $A$ ；再將後排灰、白兩堆色卡組合，得另一組多項式 $B$ ，過程中只有尚佑知道 $A=4x^2+8x+7$ ， $B=8x^2+4x+5$ 。



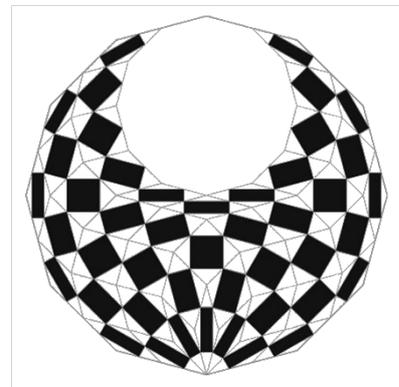
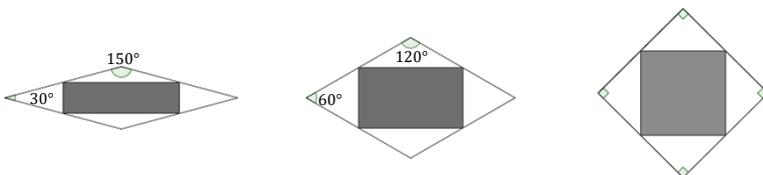
奇勳預言：「讓我們一起見證奇跡！我知道後排白色卡表示的多項式減去前排灰色卡表示的多項式後得到的多項式。」奇勳說出後，尚佑不敢相信奇勳竟然成功預言答案。請問，奇勳預言出來的正確多項式為\_\_\_\_\_。

6. 已知  $\sqrt{x-110} + \frac{4}{\sqrt{x-110}} + \sqrt{y+110} + \frac{1}{\sqrt{y+110}} = 6$ ，則  $x+y =$ \_\_\_\_\_。

7. 如右圖， $\overline{DF}$  為正六邊形  $ABCDEF$  中的一條對角線。已知此正六邊形的邊長為 2，且  $P$  點在  $\overline{DF}$  上，則  $\overline{AP} + \overline{PB}$  的最小值為\_\_\_\_\_。

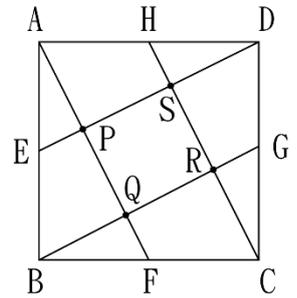


8. 右圖為 2020 年奧運的標誌，其結構是在正 12 邊形內，用下列三種邊長相同的菱形填入，每個菱形的四邊中點連接形成一個塗色的矩形，若此標誌的正 12 邊形邊長為 20 公分時，請問塗色部分面積為  $a + b\sqrt{c}$  平方公分，則  $a + b + c =$ \_\_\_\_\_。



9. 一公差為  $s$  的等差數列  $A_1, A_2, A_3 \dots A_{10}$ ，及另一公差為  $t$  的等差數列  $B_1, B_2, B_3 \dots B_{10}$ ，兩數列的對應項相乘得到數列  $C_n = A_n \times B_n$ ，若  $C_4 = 24, C_5 = 48, C_6 = 52$ ，請求  $s$  和  $t$  的乘積， $st =$  \_\_\_\_\_。

10. 已知右圖中， $E, F, G, H$  分別為正方形  $ABCD$  四邊的中點，又  $\overline{AB} = a$ ，則以  $a$  表示正方形  $PQRS$  的面積為 \_\_\_\_\_



### 【第二部分】

#### 【題組一】

雅米烘焙屋的地瓜麵包每天下午 3 點出爐到 6 點以原價販賣，晚上 6 點到 9 點打烊前以特價出售，隔天早上 7 點後每個麵包再比特價便宜 5 元出清。若漢哲在下午 5 點放學時買了 4 個地瓜麵包和家人分享，意猶未盡，晚上 8 點又買了 5 個當宵夜，比下午少花了 12 元，隔天早上 7 點 20 分上學時，忍不住又買了 6 個當早餐，比宵夜又少花了 2 元，則：

- (1) 若一個麵包原價  $x$  元，請以  $x$  表示宵夜時一個麵包的價錢。
- (2) 一個地瓜麵包的原價為多少元？

#### 【題組二】

如圖， $\overline{AB}$  為圓  $O$  之直徑，直線  $CD$  與圓  $O$  相切於  $C$  點， $\overline{AD} \perp$  直線  $CD$ ，則：

- (1) 請以文字或數學式說明  $\overline{AC}$  平分  $\angle BAD$ 。
- (2) 若  $\overline{AD} = \frac{24}{5}$ ， $\overline{AC} = 6$ ，則  $\overline{AB}$  長為何？

