

新竹市110學年度國中數學能力競賽 數學百分王 【試題卷】

備註：1.根據各題題目中所規定的形式寫出正確答案，並將答案化成最簡分數及最簡根式。

2.請將答案填入【答案卷】正確格子中，每題4分，滿分100分。

3.作答時間：30分鐘。

1. 甲、乙、丙三個人中，一位是歌手，一位是演員，一位是主持人。

三條提示如下：

(1) 丙的年齡比演員小。

(2) 甲和主持人的年齡不同。

(3) 主持人的年齡比乙大。

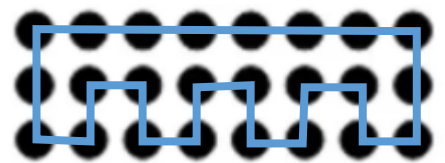
則請問歌手是_____。

2. 有十個不同的正整數，且這十個數的平均為 10，則這十個數字中最大的那個數的最大值為_____。

3. 滿足 $[a, b] = 2021$ 的正整數數對 (a, b) 有_____組。(其中 $[a, b]$ 為 a 、 b 的最小公倍數)

4. 有一個圓形跑道，宮泯、聖經兩人同時從起跑點各自以相等的速率反向跑步。已知宮泯的跑步速率為聖經的 1.4 倍，則兩人再度同時回到起跑點時，已經先相遇過_____次(從起跑點出發那一次不算)。

5. 有一個 3×8 的點陣列，現在用一筆畫的方式(只能是鉛直線或水平線)將這些點全部連接一圈(意即頭尾相接，且每個點只經過一次)。右圖為一個範例。則除了右圖以外，還有_____種畫法。



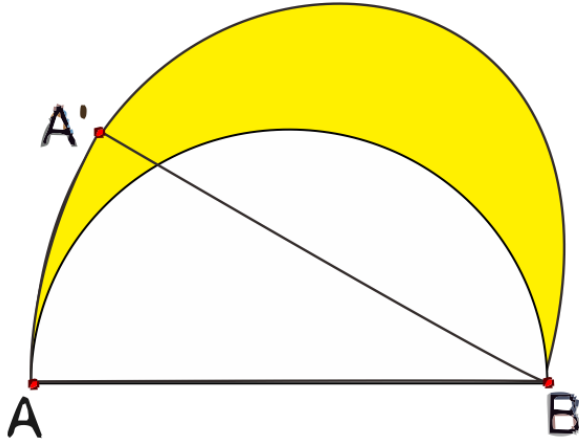
6. 若 $(101 - x)(99 + x) = -25000$ ，則 $\sqrt{(101 - x)^2 + (99 + x)^2} =$ _____

Hint: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

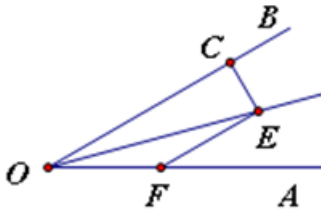
7. 已知實數 x 、 y 滿足方程式 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{x+y}$ ，則 $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} =$ _____。

8. 若 a 、 b 均為質數，且 $15a^2 - 8ab + b^2 = 299$ ，則 $3a + b =$ _____。

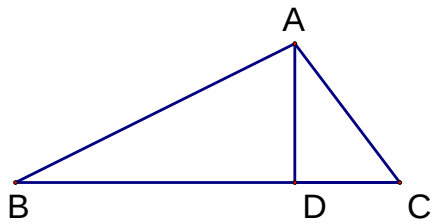
9. 如圖， $\overline{AB}$ 為半圓之直徑，志赫將 $\overline{AB}$ 順時針旋轉 30° 至 $\overline{A'B}$ ，再作出以 $\overline{A'B}$ 為直徑之半圓，且 $\widehat{AA'}$ 是以 B 點為圓心， $\overline{AB}$ 為半徑所畫出的弧。若 $\overline{AB}=8$ ，則灰色面積為_____平方單位。



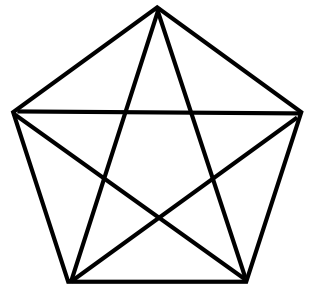
10. 如圖， $\angle AOE = \angle BOE = 15^\circ$ ， $\overline{EF} \parallel \overline{OB}$ ， $\overline{EC} \perp \overline{OB}$ ，若 $\overline{EC} = 2$ ，則 $\overline{EF} =$ _____。



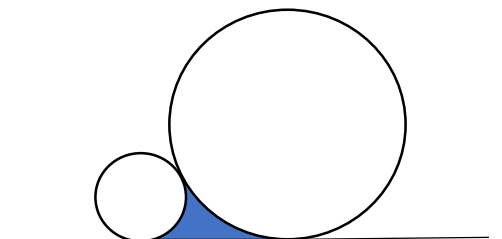
11. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 2\angle B$ 且 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，若 $\overline{AC} = 13$ 、 $\overline{CD} = 5$ ，則 $\overline{AB} =$ _____。



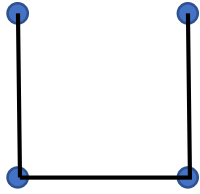
12. 如右圖，將一個正五邊形的對角線全部畫出後，會在內部形成一個小的正五邊形，則大的正五邊形和小的正五邊形邊長的比值為_____。



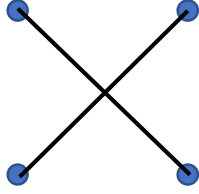
13. 如右圖。大圓與小圓外切，且兩圓的半徑分別為 1 及 3。則此兩圓和其中一條公切線所圍出灰色面積為_____。



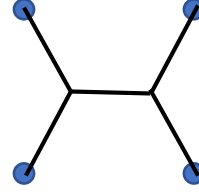
14. 若有甲乙丙丁四地，這四個地方形成一個邊長為 6 公里的正方形，今想修築連接道路，使得這四地可以經由這些道路到任何一個地方。圖一為示意圖，道路總長為 18 公里。但若稍作修改，可以得到一總長度更短的連接方式，如圖二所示，總長度為 $12\sqrt{2}$ 公里。但是事實上，還有一種更短的路徑，如圖三所示，其中每個線段的夾角為 120° ，在此情況之下的總長度為_____公里



圖一



圖二



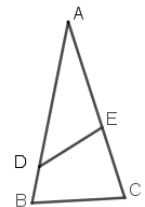
圖三

15. 方垛式四子棋是 A. P. Nienstaedt 在 1968 年推出的連棋類遊戲。如右圖所示，棋盤採用柱狀結構，總共有 4×4 組合的棍子，每根棍子可以串四個棋珠。當有一方的四枚棋珠在三維上，縱、橫、斜方向連成一線時獲勝。場面上總共有六十四個棋珠的位置，請計算一下這些位置可以形成_____條不同的直線。

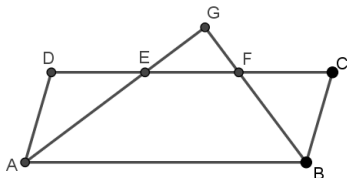


16. 有一長方形長為 8 公分，寬為 4 公分，則將此長方形沿著對角線對折後，重疊部分的三角形面積為_____平方公分。

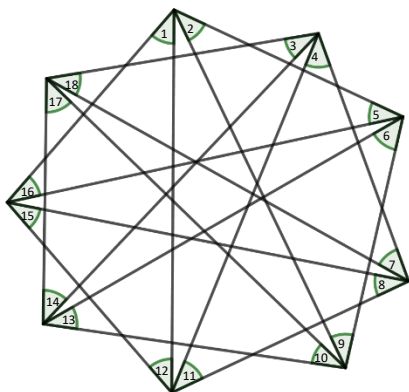
17. 如圖，銳角三角形 ABC 中， $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{DB} = 2$ ， $\overline{DE} = 4$ ， $\overline{BC} = 5$ ，且 $\angle AED = 102^\circ$ ， $\angle ADE = 46^\circ$ ，則 $\angle ABC =$ _____度



18. 平行四邊形 $ABCD$ ， $\overline{AE}$ 平分 $\angle BAD$ ， $\overline{BF}$ 平分 $\angle ABC$ ， $\overline{AB} = 3\overline{AD}$ ，若 $\overline{AE} = 8$ ， $\overline{BF} = 6$ ，則平行四邊形 $ABCD$ 的面積為_____。

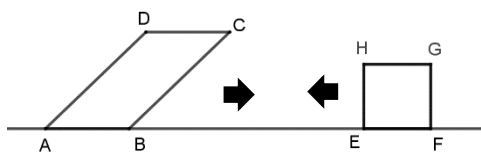


19. 如下圖，請問 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 7 + \angle 8 + \angle 9 + \angle 10 + \angle 11 + \angle 12 + \angle 13 + \angle 14 + \angle 15 + \angle 16 + \angle 17 + \angle 18 =$ _____ 度



20. 平面上有 $A(0,8)$ 、 $B(10,6)$ 、 $C(12,0)$ 及 D 四個點，麻麻與瓜瓜在求 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 的交點 E 時，瓜瓜誤求成 $\overline{AD}$ 與 $\overline{BC}$ 的交點 $F(4,24)$ ，麻麻誤求成 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 的交點 $G(40,0)$ ，則正確 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 的交點 E 座標應為_____。

21. 如圖，在 L 上，有一平行四邊形 $ABCD$ 正在往右平移，以及一正方形 $EFGH$ 正在往左平移，已知 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AD} = 15$ ， $\overline{EF} = 8$ ， $\angle A = 45^\circ$ ，則當平行四邊形 $ABCD$ 與正方形 $EFGH$ 重疊面積最大時，重疊面積為_____。



22. $\frac{2021 \times 178 + 110 \times 199}{2021 \times 17 + 110 \times 19}$ 的整數部分為 P_0 ，其小數點後第一位數字是 P_1 ，小數點後第二位數字是 P_2 ，小數點後第三位數字是 P_3 ，.....，則 $P_0 + P_1 + P_2 =$ _____。

23. 求 $\frac{8 \times 4 + 3}{4 \times 3 + 3} \times \frac{16 \times 6 + 3}{12 \times 5 + 3} \times \frac{24 \times 8 + 3}{20 \times 7 + 3} \times \dots \times \frac{100 \times 27 + 3}{96 \times 26 + 3}$ 之值 = _____

24. 某直角三角形之其中兩個高的長度分別 $\sqrt{7}$ 、3，則第三個高的長度可能為_____。
(兩個答案，全對才給分)

25. 小婷想用大小不一的碎紙花拼貼做教室佈置，於是將紙張剪成24張放入盒內，再從中任意取出幾張，取出的每張都剪成24張並放回盒內，再重覆從中任意取出幾張，與前一次的張數不需相同，且取出的每張都剪成24張並放回盒內，一直循環此動作。已知剪完後大小不一的碎紙花張數大約在450~500張，則張數一共有_____張。
(兩個答案，全對才給分)